

Die Aktivierungsenergie für die Quergleitung aufgespaltener Schraubenversetzungen*

Von HELMUT WOLF

Aus dem Institut für theoretische und angewandte Physik der Technischen Hochschule Stuttgart und dem Max-Planck-Institut für Metallforschung, Stuttgart
(Z. Naturforsch. 15 a, 180—193 [1960]; eingegangen am 31. Oktober 1959)

Die Quergleitung von Schraubenversetzungen im kubisch-flächenzentrierten Gitter wird als einfacher Elementarprozeß mit eindeutigem Reaktionsweg und definiertem Sattelpunkt behandelt. Die Aktivierungsenergie für diesen Prozeß wird für die vorderste, unmittelbar an einer LOMER-COTTRELL-Versetzung anliegende Versetzung einer Versetzungsgruppe berechnet. Dazu wird das Spannungsfeld der Versetzungsgruppe in der primären Gleitebene und seine Wirkung auf die Aufspaltung der quergleitenden Versetzung untersucht. Die kritische Länge $2l_0$, die den Sattelpunkt bestimmt, ergibt sich unter Berücksichtigung des Spannungsfeldes der Versetzungsgruppe in der Quergleitebene durch ein Variationsverfahren. Die Aktivierungsenergie setzt sich aus der Änderung der Selbst- und Wechselwirkungsenergie der beiden längs $2l_0$ re kombinierenden Halbversetzungen, der Änderung der Stapelfehlerenergie und der von der äußeren Spannung geleisteten Arbeit zusammen. Die Versetzungsentgien werden für große Aufspaltungen mit Hilfe der linearen KRÖNERSCHEN Theorie und für kleine Aufspaltungen an Hand des PEIERLSSCHEN Modells berechnet.

Das Ergebnis der Rechnung ist ein linearer Zusammenhang zwischen der Aktivierungsenergie U und dem Logarithmus der äußeren Spannung τ für eine bestimmte Zahl n von Versetzungen in der Versetzungsgruppe und für einen bestimmten Wert der spezifischen Stapelfehlerenergie γ . Der Proportionalitätsfaktor A ist von n wenig, von γ stark abhängig. Der Vergleich mit dem Experiment ermöglicht die experimentelle Bestimmung der Stapelfehlerenergie von kubisch-flächenzentrierten Metallen.

Der Beginn des Bereichs III der Verfestigungskurve kubisch-flächenzentrierter Einkristalle wird auf die thermisch aktivierte Quergleitung von in Halbversetzungen aufgespalteten Schraubenversetzungen zurückgeführt^{1,2}. Der Logarithmus der Spannung τ_{III} nimmt linear mit wachsender Temperatur ab³⁻⁵ und steigt linear mit dem Logarithmus der Abgleitgeschwindigkeit an⁵. Um diese Zusammenhänge zu erklären, und um aus ihnen spezifische Stapelfehlerenergien experimentell zu bestimmen⁵, wird in der vorliegenden Arbeit die Aktivierungsenergie für die Quergleitung als Funktion der äußeren Spannung τ berechnet. Der Rechnung wird das von SCHÖCK⁶ sowie SCHÖCK und SEEGER⁷ verwendete Modell für die Quergleitung zugrunde gelegt (Abb. 1). SCHÖCK und SEEGER haben die Aktivierungsenergie für eine einzelne Versetzung als Funktion der Spannung in der Quergleitebene an Hand des PEIERLSSCHEN Modells berechnet, ohne dabei die Spannung in der primären Gleitebene zu berücksichtigen.

In der vorliegenden Arbeit wird die Aktivierungsenergie U für die Quergleitung der vordersten, an einer LOMER-COTTRELL-Versetzung anliegenden Ver-

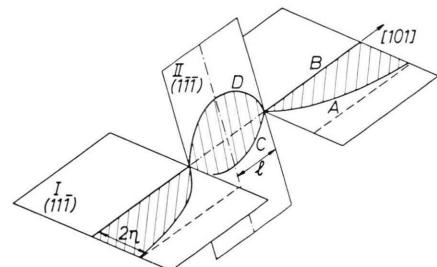


Abb. 1. Quergleitung einer aufgespalteten Schraubenversetzung. I = primäre Gleitebene, II = Quergleitebene.

setzung einer Versetzungsgruppe in Abhängigkeit von der äußeren Spannung τ , der spezifischen Stapelfehlerenergie γ des bei der Aufspaltung sich zwischen den Halbversetzungen bildenden Stapelfehlerbandes und der Zahl n der Versetzungen in der Gruppe bestimmt. Wir betrachten als Aktivierungs-

* Dissertation, TH Stuttgart 1959.

¹ A. SEEGER, J. DIEHL, S. MADER u. H. REBSTOCK, Phil. Mag. **2**, 323 [1957].

² A. SEEGER, Kristallplastizität, Handbuch der Physik VII/2, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958.

³ P. HAASEN, Phil. Mag. **3**, 384 [1958].

⁴ R. BERNER, Diplomarbeit, Stuttgart 1957.

⁵ A. SEEGER, R. BERNER u. H. WOLF, Z. Phys. **155**, 247 [1959].

⁶ G. SCHÖCK, Dissertation, Stuttgart 1954.

⁷ G. SCHÖCK u. A. SEEGER, Rep. Conf. Defects Solids, Physical Society, London 1955, S. 340.



energie die Energie, die unter Berücksichtigung der von der äußeren Spannung geleisteten Arbeit nötig ist, um die in Abb. 2 dargestellte Rekombination

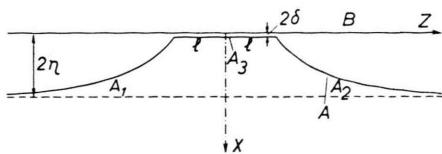


Abb. 2. Thermisch aktivierte Rekombination der beiden Halbversetzungen einer aufgespaltenen Schraubenversetzung in der primären Gleitebene.

der beiden Halbversetzungen der quergleitenden Versetzung über die Länge $2l_0$ herbeizuführen. In § 1 wird die in einer Versetzungsgruppe gegebene Ausgangsaufspaltung 2η berechnet. Sie ist kleiner als die Aufspaltung $2\eta_0$ einer einzelnen Versetzung, auf die keine Spannung wirkt. Die kritische Länge $2l_0$ ist der Minimalbetrag der Länge $2l$, der nötig ist, damit die Versetzung nach dem thermisch aktivierten Prozeß allein unter der Wirkung der äußeren Spannung in der Quergleitebene weiter wandern kann. Sie ist abhängig von der in der Quergleitebene wirkenden Spannung, die wir in § 2 berechnen. Die kritische Länge $2l_0$ wird in § 4 bestimmt. In § 3 werden die einzelnen Beiträge zur Aktivierungsenergie zusammengestellt. Die elastischen Selbst- und Wechselwirkungsenergien der an der Reaktion beteiligten Halbversetzungsstücke entnehmen wir einer Arbeit von KRÖNER, SEEGER und WOLF⁸, in der sie mit dem von KRÖNER⁹ entwickelten Verfahren im Rahmen der linearen Elastizitätstheorie berechnet werden. Für große Stapelfehlerenergien, d. h. kleine Aufspaltungen, ist die lineare Theorie unbrauchbar. Deshalb wurde für wenig aufgespaltene Versetzungen die Rechnung mit der auf Versetzungsgruppen erweiterten Methode von SEEGER und SCHÖCK^{6, 7} durchgeführt, der das PEIERLSSCHE Modell zugrunde liegt¹⁰. Die Ergebnisse dieser Rechnung werden gemeinsam mit denen der linearen Theorie in § 5 berichtet.

Das in der vorliegenden Arbeit verwendete Modell darf nur als eine Näherung betrachtet werden. In Wirklichkeit erfolgt die Quergleitung nicht, wie hier

angenommen, auf einem eindeutigen Reaktionsweg mit definiertem Sattelpunkt, sondern es sind noch andere Wege für den thermisch aktivierten Prozeß mit kleinerer Aktivierungsenergie möglich^{11, 12}. SEEGER, BERNER und WOLF⁵ haben gezeigt, daß diese Prozesse mit geringem statistischen Gewicht in die Gesamtreaktion eingehen, so daß das gewählte Modell eine brauchbare Näherung darstellt. Ein von FLEISCHER¹² vorgeschlagenes Modell wird ebenfalls in § 5 näher diskutiert.

1. Die Aufspaltung der Versetzungen in einer Versetzungsgruppe

Die Gleitebene der Versetzungsgruppe wird als xz -Ebene des Koordinatensystems gewählt. Die Versetzungsgruppe besteht aus n geradlinigen, parallelen Schraubenversetzungen, die in z -Richtung verlaufen und unter der Schubspannung¹³ $-\tau$ an einem Hindernis aufgestaut werden (Abb. 3). ESHELBY,



Abb. 3. An einem Hindernis aufgestaute Versetzungsgruppe aufgespaltener Schraubenversetzungen. Die Versetzungen verlaufen senkrecht zur Bildebene.

FRANK und NABARRO¹⁴ haben für eine solche Anordnung nicht-aufgespaltener Versetzungen die Gleichgewichtslagen x_i der einzelnen Versetzungen bestimmt. Sie fanden, daß diese durch die Nullstellen der ersten Ableitung des n -ten LAGUERRE'schen Polynoms

$$L_n'(\bar{x}) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^{k+1}}{k!} \binom{n}{k+1} \bar{x}^k = 0 \quad (1.1)$$

gegeben sind, wobei $\bar{x} = 2\tau x/B$ und $B = bG/2\pi$ gesetzt ist. b ist der Abstand nächster Nachbarn im Gitter und G der Schubmodul des Materials. In der Nähe des Koordinatenursprungs (Hindernis) sind diese Nullstellen näherungsweise durch

$$\bar{x}_i \approx j_i^2/4n \quad (1.2)$$

gegeben, wobei j_i die i -te Nullstelle der BESSEL-Funktion J_1 ist. Für großes n kann man die Verteilung

¹¹ J. FRIEDEL, Dislocations and Mechanical Properties of Crystals, J. Wiley & Sons, New York 1957, S. 330.

¹² R. L. FLEISCHER, Acta Met. 7, 134 [1959].

¹³ Wir bezeichnen mit $-\tau$ und τ_x die Komponenten σ_{yz} und σ_{xy} der äußeren Spannung.

¹⁴ J. D. ESHELBY, F. C. FRANK u. F. R. N. NABARRO, Phil. Mag. 42, 351 [1951].

⁸ E. KRÖNER, A. SEEGER u. H. WOLF, Veröffentlichung demnächst.

⁹ E. KRÖNER, Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958, insbes. § 18.

¹⁰ H. WOLF, unveröffentlicht.

der Wurzeln \bar{x}_i durch die Dichtefunktion¹⁵

$$D(\bar{x}) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(4n - \bar{x})/\bar{x}} \quad (1.3)$$

beschreiben, wo $D(\bar{x})$ die Zahl der Versetzungen pro Längeneinheit auf der \bar{x} -Achse ist.

Die Gl. (1.1) gilt streng nur für nicht-aufgespaltene Versetzungen. Wir interessieren uns besonders dafür, wie die Aufspaltung $2\eta_i$ der unmittelbar am Hindernis angepreßten Versetzung von τ , n und γ abhängt. Die näherungsweise Berechnung erfolgt in drei Schritten:

1. Die Aufspaltung einer beliebigen, von der vordersten verschiedenen Versetzung wird berechnet unter der Annahme, daß alle anderen Versetzungen als nicht-aufgespaltene betrachtet werden dürfen (§ 1.1).

2. Die so errechneten Aufspaltungen geben aus zwei Gründen zu einer Verschiebung λ_i der Gleichgewichtslagen der Versetzungen Anlaß:

a) Das Spannungsfeld jeder Versetzung weicht wegen der endlichen Aufspaltung von demjenigen einer nicht-aufgespalteten Versetzung ab und erhält deshalb einen „Dipolanteil“. b) Die Kräfte auf die beiden Halbversetzungen einer vollständigen Versetzung sind nicht entgegengesetzt gleich, so daß eine Verschiebung der Gleichgewichtslage gegenüber der aus Gl. (1.1) berechneten auftritt (§ 1.2).

3. Die Aufspaltung der vordersten, unmittelbar am Hindernis anliegenden Versetzung muß separat behandelt werden, da auf sie außer den $n-1$ übrigen Versetzungen und der äußeren Spannung auch das Hindernis wirkt. Eine erste Näherung von η_1 erhält man wie in § 1.1. Die Berechnung der zweiten Näherung erfolgt unter Berücksichtigung der ersten Näherung der Aufspaltung $2\eta_i$ und der Verschiebung λ_i der Versetzungen. Im Prinzip kann man diese Schritte beliebig oft wiederholen. Wir begnügen uns mit der zweiten Näherung (§ 1.3).

1.1 Die Aufspaltung $2\eta_j$ in erster Näherung ($j \neq 1$)

An der Stelle x_j ist die Summe der Spannung der übrigen nicht-aufgespalteten Versetzungen und der äußeren Spannung

$$\sigma_{yz}(x_j) = -\tau + B \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{x_j - x_i} = 0. \quad (1.4)$$

Sie verschwindet nicht in der Umgebung von x_j und übt deshalb auf die beiden Halbversetzungen eine Kraft¹⁶ K_F aus, die die Aufspaltung zu verringern

sucht. Ihr wirkt die Kraft K_{in} , die von der Wechselwirkung der beiden Halbversetzungen herrührt, entgegen. Die Aufspaltung erhält man, indem man

$$K_F + K_{in} = 0 \quad (1.5)$$

setzt. Es ist zu beachten, daß die BURGERS-Vektoren der Halbversetzungen außer der Schraubenkomponente $b/2$ auch eine Stufenkomponente $b/2\sqrt{3}$ bzw. $-b/2\sqrt{3}$ besitzen, auf die die Spannungskomponente τ_x die Kraft

$$K_x = \frac{b}{2\sqrt{3}} \tau_x \quad (1.6)$$

ausübt.

Die Spannung σ_{yz} an der Stelle $x = x_j + \Delta x_j$ ist durch

$$\begin{aligned} \sigma_{yz}(x) &= -\tau + B \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{x - x_i} \\ &= -\tau + B \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \left(\frac{1}{x_j - x_i} - \frac{\Delta x_j}{(x_j - x_i)^2} + \frac{(\Delta x_j)^2}{(x_j - x_i)^3} - \dots \right) \end{aligned} \quad (1.7)$$

gegeben. Unter Berücksichtigung von Gl. (1.4) erhält man

$$\sigma_{yz}(x_j + \Delta x_j) = -B Q_j \Delta x_j + B R_j (\Delta x_j)^2, \quad j \neq 1, \quad (1.8)$$

wobei

$$Q_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{(x_j - x_i)^2} \quad \text{und} \quad R_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{(x_j - x_i)^3} \quad (1.9)$$

bedeutet. Die Kräfte

$$K_F' = \frac{1}{2} b \sigma_{yz}(x_j \mp \eta_j) = \pm \frac{1}{2} b B Q_j \eta_j + \frac{1}{2} b B R_j \eta_j^2 \quad (1.10)$$

auf die beiden Halbversetzungen sind nicht entgegengesetzt gleich. Das hat zur Folge, daß sich die aufgespaltene Versetzung aus der Lage x_j verschiebt. Im Gleichgewicht ist dann K_F näherungsweise durch

$$K_F = \frac{1}{2} b B Q_j \eta_j + K_x \quad (1.11)$$

gegeben.

Aus der Wechselwirkungsenergie⁹

$$E_w = \frac{G b^2}{8\pi} \left(\ln \frac{L}{\eta_j} - 1 - \frac{\mu}{3} \left(\ln \frac{L}{\eta_j} - \frac{1}{2} \right) \right), \quad \mu = \frac{1}{1-r} \quad (1.12)$$

¹⁵ G. LEIBFRIED, Z. Phys. **130**, 214 [1951].

¹⁶ K bezeichnet Kräfte pro Längeneinheit der Versetzungen, die die Aufspaltung bestimmen; \tilde{K} bezeichnet Kräfte pro Längeneinheit der Versetzungen, die die Änderung der Gleichgewichtslagen bestimmen.

(ν ist die Poissonsche Konstante und $2L$ die Länge der Versetzung) und der Stapelfehlerenergie

$$E_{\text{St}} = 2 \eta_j \gamma \quad (1.13)$$

erhält man durch Differentiation nach $2\eta_j$ die innere Kraft

$$K_{\text{in}} = \frac{d(E_w + E_{\text{St}})}{d(2\eta_j)} = \gamma - \frac{bB}{8} \left(1 - \frac{\mu}{3}\right) \frac{1}{\eta_j}. \quad (1.14)$$

(1.11) und (1.14) in (1.5) eingesetzt ergibt

$$\gamma + K_x + \frac{b}{2} B Q_j \eta_j - \frac{bB}{8} \left(1 - \frac{\mu}{3}\right) \frac{1}{\eta_j} = 0 \quad (1.15)$$

und daraus folgt

$$\eta_j = \frac{\gamma + K_x}{bB Q_j} + \sqrt{\left(\frac{\gamma + K_x}{bB Q_j}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\mu}{3}\right) \frac{1}{Q_j}}, \quad j \neq 1. \quad (1.16)$$

1.2. Die Verschiebung λ_i der aufgespaltenen Versetzungen

Gl. (1.10) zeigt, daß, da das Spannungsfeld um x_j nicht symmetrisch zu x_j ist, auf die Gesamtversetzung j eine resultierende Kraft wirkt, die eine Verschiebung gegen die durch Gl. (1.1) gegebene Gleichgewichtslage x_j zur Folge hat. Außerdem bewirkt die Aufspaltung der übrigen Versetzungen eine Änderung des Spannungsfeldes. Wir berechnen zunächst diese „Dipolkorrektur“ für Schrauben- und Stufenanteil der Halbversetzungen und bestimmen die neue Gleichgewichtslage, indem wir die Gesamtkraft des korrigierten Feldes Null setzen.

Es wird

$$\lambda_1 = 0 \quad (1.17)$$

gesetzt und damit der Ursprung des Koordinatensystems in die Mitte der Versetzung 1 gelegt.

Schraubenanteil. An der Stelle x ist die Schubspannung σ_{yzi} der i -ten Versetzung

$$\sigma_{yzi} = \frac{B}{2} \left(\frac{1}{x - x_i + \eta_i} + \frac{1}{x - x_i - \eta_i} \right). \quad (1.18)$$

Entwickelt man Gl. (1.18) nach η_i , so erhält man

$$\sigma_{yzi} = B \left(\frac{1}{x - x_i} + \frac{\eta_i^2}{(x - x_i)^3} \right) \quad (1.19)$$

und an der Stelle $x_j \pm \eta_j$ die Dipolkorrektur

$$\sigma_{yziD} = B \frac{\eta_i^2}{(x - x_i)^3} \approx B \frac{\eta_i^2}{(x_j - x_i)^3}. \quad (1.20)$$

Summation über i ergibt die Gesamtkorrektur des Schraubenanteils

$$\sigma_{yzD} = B \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{\eta_i^2}{(x_j - x_i)^3}, \quad (1.21)$$

die auf die j -te Versetzung die Kraft

$$\tilde{K}_{zjD} = bB \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{\eta_i^2}{(x_j - x_i)^3} \quad (1.22)$$

ausübt.

Stufenanteil. Die Schubspannung σ_{xyi} der i -ten Versetzung ist an der Stelle x

$$\sigma_{xyi} = B_x \left(\frac{1}{x - x_i + \eta_i} - \frac{1}{x - x_i - \eta_i} \right), \quad B_x = \frac{b_x G}{2\pi(1-\nu)}, \\ b_x = \frac{b}{2\sqrt{3}}. \quad (1.23)$$

(1.23) nach η_i entwickelt ergibt

$$\sigma_{xyi} = -2B_x \frac{\eta_i}{(x - x_i)^2}. \quad (1.24)$$

Diese Spannung übt auf die j -te Versetzung die Kraft

$$\tilde{K}_{xji} = -2b_x B_x \eta_i \left(\frac{1}{(x_j - \eta_j - x_i)^2} - \frac{1}{(x_j + \eta_j - x_i)^2} \right) \quad (1.25)$$

aus, aus der durch Entwicklung nach η_j und Summation über i die Gesamtkraft

$$\tilde{K}_{xjD} = -8b_x B_x \eta_j \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{\eta_i}{(x_j - x_i)^3} \quad (1.26)$$

des Stufenanteils folgt. Schrauben- und Stufenanteil ergeben die Gesamtkorrektur

$$\tilde{K}_{jD} = \tilde{K}_{zjD} + \tilde{K}_{xjD} \quad (1.27) \\ = bB \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{\eta_i^2}{(x_j - x_i)^3} - 8b_x B_x \eta_j \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{\eta_i}{(x_j - x_i)^3}.$$

Ist die Gleichgewichtslage nach der Verschiebung $x_j - \Delta x_{j1}$ für die linke und $x_j + \Delta x_{j2}$ für die rechte Halbversetzung ($\Delta x_{j1} + \Delta x_{j2} = 2\eta_j$), so ist mit den Gln. (1.8) und (1.27) die Gesamtkraft auf die j -te Versetzung, die im Gleichgewicht verschwindet, durch

$$\tilde{K}_j = bB (R_j (\Delta x_{j2})^2 - (Q_j + 2\eta_j R_j) \Delta x_{j2} + \eta_j (Q_j + 2\eta_j R_j)) + \tilde{K}_{jD} = 0 \quad (1.28)$$

gegeben. Aus (1.28) ergibt sich

$$\Delta x_{j2} = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_j}{R_j} + 2\eta_j - \sqrt{\left(\frac{Q_j}{R_j}\right)^2 - 4\left(\eta_j^2 + \frac{4\tilde{K}_{jD}}{bB R_j}\right)} \right), \quad j \neq 1 \quad (1.29)$$

und mit $\lambda_j = \Delta x_{j2} - \eta_j$ die Verschiebung

$$\lambda_j = \frac{1}{2} \left(\frac{Q_j}{R_j} - \sqrt{\left(\frac{Q_j}{R_j}\right)^2 - 4\left(\eta_j^2 + \frac{\tilde{K}_{jD}}{bB R_j}\right)} \right) \quad (1.30) \\ \approx \frac{R_j}{Q_j} \left(\eta_j^2 + \frac{\tilde{K}_{jD}}{bB R_j} \right), \quad j \neq 1, \\ \lambda_1 = 0 \quad [\text{siehe Gl. (1.17)}].$$

1.3. Die Aufspaltung der Versetzung I

Da auf die vorderste Versetzung außer den $n-1$ übrigen Versetzungen und der äußeren Spannung auch das Hindernis wirkt, muß sie gesondert behandelt werden. Die linke Halbversetzung der Versetzung 1 wird am Hindernis aufgehalten. Es wird angenommen, daß das Spannungsfeld des Hindernisses eine so kurze Reichweite hat, daß es nur auf diese Halbversetzung wirkt.

a) Die erste Näherung von η_1

Die Berechnung der ersten Näherung von η_1 erfolgt wie bei den anderen Versetzungen (§ 1.1), indem aus dem Spannungsfeld der übrigen nicht-aufgespaltenen Versetzungen an der Stelle $x = \eta_1$

$$\begin{aligned}\sigma_{yz} &= -\tau + B \sum_{i=2}^n \frac{1}{\eta_1 - x_i} & (1.31) \\ &= -\tau - B(P_1 + \eta_1 Q_1 - \eta_1^2 R_1), \quad P_1 = \sum_{i=2}^n \frac{1}{x_i}\end{aligned}$$

die Kraft¹⁷

$$K_F = \frac{b}{2}(\tau + B P_1 + B Q_1 \eta_1) + K_x \quad (1.32)$$

bestimmt und die Summe

$$\begin{aligned}K_{in} + K_F &= \gamma - \frac{b B}{8} \left(1 - \frac{\mu}{3}\right) \frac{1}{\eta_1} & (1.33) \\ &+ \frac{b}{2}(\tau + B P_1) + K_x + \frac{b}{2} B Q_1 \eta_1 = 0\end{aligned}$$

gesetzt wird. Das ergibt

$$\begin{aligned}\eta_1 &= -\frac{\frac{1}{2}b(\tau + B P_1) + K_x + \gamma}{b B Q_1} & (1.34) \\ &+ \sqrt{\left(\frac{1}{2}b(\tau + B P_1) + K_x + \gamma\right)^2 + \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\mu}{3}\right) \frac{1}{Q_1}}.\end{aligned}$$

b) Die zweite Näherung von η_1

Unter Berücksichtigung der Aufspaltung 2 η_i und der Verschiebung λ_i der Versetzungen wird die Rechnung von a) wiederholt.

Schraubenanteil. Die Schubspannung σ_{yzi} der i -ten Versetzung ist an der Stelle x

$$\sigma_{yzi} = \frac{B}{2} \left(\frac{1}{x - x_i - \lambda_i + \eta_i} + \frac{1}{x - x_i - \lambda_i - \eta_i} \right). \quad (1.35)$$

Durch Reihenentwicklung ergibt sich für $x = \eta_1$

$$\sigma_{yzi} = -B \left(\frac{1}{x_i} + \frac{\eta_1 - \lambda_i}{x_i^2} + \frac{(\eta_1 - \lambda_i)^2 + \eta_i^2}{x_i^3} \right). \quad (1.36)$$

¹⁷ Die numerische Rechnung zeigt, daß zur Bestimmung der ersten Näherung das Glied mit η_1^2 vernachlässigt werden darf.

Die Gesamtkomponente des Schraubenanteils erhält man durch Summation über i ,

$$\sigma_{yz} = -\tau - B \left(P_1 + \eta_1 Q_1 + \sum_{i=2}^n \left(-\frac{\lambda_i}{x_i^2} + \frac{(\eta_1 - \lambda_i)^2 + \eta_i^2}{x_i^3} \right) \right) \quad (1.37)$$

Stufenanteil. Die Schubspannung

$$\sigma_{xyi} = B_x \left(\frac{1}{x - x_i - \lambda_i + \eta_i} - \frac{1}{x - x_i - \lambda_i - \eta_i} \right) \quad (1.38)$$

wird für $x = \eta_1$ in eine Reihe entwickelt. Das ergibt

$$\sigma_{xyi} = -2 B_x \eta_i \left(\frac{1}{x_i^2} + \frac{2(\eta_1 - \lambda_i)}{x_i^3} \right). \quad (1.39)$$

Die Gesamtkomponente des Stufenanteils erhält man durch Summation über i ,

$$\sigma_{xy} = \tau_x - 2 B_x \sum_{i=2}^n \left(\frac{\eta_i}{x_i^2} + \frac{2(\eta_1 - \lambda_i) \eta_i}{x_i^3} \right). \quad (1.40)$$

Damit wird die Kraft

$$K_F = \frac{b}{2} B Q_1 \eta_1 + \frac{b}{2} (\tau + B P_1) + K_x + \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{b}{2} B \sum_{i=2}^n \left(-\frac{\lambda_i}{x_i^2} + \frac{(\eta_1 - \lambda_i)^2 + \eta_i^2}{x_i^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 B_x}{\sqrt{3} B} \left(\frac{\eta_i}{x_i^2} + \frac{2(\eta_1 - \lambda_i) \eta_i}{x_i^3} \right) \right)\end{aligned}$$

$$\text{oder} \quad K_F = \frac{b}{2} B Q_1 \eta_1 + M. \quad (1.42)$$

Im Gleichgewicht ist

$$K_{in} + K_F = \gamma - \frac{b B}{8} \left(1 - \frac{\mu}{3}\right) \frac{1}{\eta_1} + \frac{b}{2} B Q_1 \eta_1 + M = 0 \quad (1.43)$$

und

$$\eta_1 = -\frac{M + \gamma}{b B Q_1} + \sqrt{\left(\frac{M + \gamma}{b B Q_1}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\mu}{3}\right) \frac{1}{Q_1}}. \quad (1.44)$$

In

$$\begin{aligned}M &= \frac{b}{2} (\tau + B P_1) + K_x + \frac{b}{2} B \sum_{i=2}^n \\ &\cdot \left(-\frac{\lambda_i}{x_i^2} + \frac{(\eta_1 - \lambda_i)^2 + \eta_i^2}{x_i^3} - \frac{2 B_x}{\sqrt{3} B} \left(\frac{\eta_i}{x_i^2} + \frac{2(\eta_1 - \lambda_i) \eta_i}{x_i^3} \right) \right)\end{aligned} \quad (1.45)$$

ist für η_1 die erste Näherung einzusetzen.

1.4. Die Berechnung von P_1 , Q_j und R_j

Wir setzen

$$P_1 = \sum_{i=2}^n \frac{1}{x_i} = \alpha \sum_{i=2}^n \frac{1}{\bar{x}_i} = \alpha \bar{P}_1, \quad \bar{x}_i = \alpha x_i, \quad \alpha = \frac{2 \tau}{B} \quad (1.46)$$

und teilen die Summe \bar{P}_1 in zwei Teile auf,

$$\bar{P}_1 = \sum_{i=2}^4 \frac{1}{\bar{x}_i} + \sum_{i=5}^n \frac{1}{\bar{x}_i} = \bar{P}_{1I} + \bar{P}_{1II}. \quad (1.47)$$

\bar{P}_{1I} wird direkt mit Hilfe von Gl. (1.2) berechnet, \bar{P}_{1II} als Integral mit Hilfe von Gl. (1.3),

$$\bar{P}_{1II} = \sum_{i=5}^n \frac{1}{\bar{x}_i} = \int_{\frac{1}{2}(\bar{x}_4 + \bar{x}_5)}^{4n} \frac{D(\bar{x})}{\bar{x}} d\bar{x} = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{1}{2}(\bar{x}_4 + \bar{x}_5)}^{4n} \frac{1}{\bar{x}} \sqrt{\frac{4n-\bar{x}}{\bar{x}}} d\bar{x}. \quad (1.48)$$

Das ergibt

$$\bar{P}_{1II} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{32n^2}{j_4^2 + j_5^2} - 1} - \arctg \sqrt{\frac{32n^2}{j_4^2 + j_5^2} - 1} \right),$$

$$\bar{P}_{1I} = 4n \sum_{i=2}^4 \frac{1}{j_i^2}. \quad (1.49)$$

Das ergibt $\bar{Q}_{jII} = \frac{16n^2}{\pi j^4} \left(\frac{\sqrt{\frac{32n^2}{j_4^2 + j_5^2} - 1}}{8n \left(\frac{1}{j_j^2} - \frac{2}{j_4^2 + j_5^2} \right)} - \frac{n}{\sqrt{\frac{16n^2}{j_j^2} - 1}} \ln \frac{\sqrt{\frac{16n^2}{j_j^2} - 1} + \sqrt{\frac{32n^2}{j_4^2 + j_5^2} - 1}}{\sqrt{\frac{16n^2}{j_j^2} - 1} - \sqrt{\frac{32n^2}{j_4^2 + j_5^2} - 1}} \right)$, $j \neq 1$,

$$\bar{Q}_{jI} = 16n^2 \sum_{i=1}^4 \frac{1}{(j_j^2 - j_i^2)^2}. \quad (1.53)$$

Q_1 wird separat berechnet,

$$\bar{Q}_{1II} = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{1}{2}(\bar{x}_4 + \bar{x}_5)}^{4n} \frac{1}{\bar{x}^2} \sqrt{\frac{4n-\bar{x}}{\bar{x}}} d\bar{x} = - \frac{1}{8\pi n} \int_{\frac{1}{2}(\bar{x}_4 + \bar{x}_5)}^{4n} \sqrt{\frac{4n}{\bar{x}}} - 1 \left(-\frac{4n}{\bar{x}^2} d\bar{x} \right). \quad (1.54)$$

Das ergibt $\bar{Q}_{1II} = \frac{1}{12\pi n} \sqrt{\frac{32n^2}{j_4^2 + j_5^2} - 1}^3$,

$$\bar{Q}_{1I} = 16n^2 \sum_{i=2}^4 \frac{1}{j_i^4}. \quad (1.55)$$

Zur Berechnung von R_j genügt es, die ersten Glieder der Reihe zu berücksichtigen. Man setzt

$$R_j = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_j - x_i)^3} = x^3 \sum_{i=1}^n \frac{1}{(\bar{x}_j - \bar{x}_i)^3} = x^3 \bar{R}_j \quad (1.56)$$

und erhält $\bar{R}_j = 64n^3 \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(j_j^2 - j_i^2)^3}$. (1.57)

In Abb. 4 ist die in diesem Abschnitt berechnete Aufspaltung für $j = 1, 2, 3$ in Abhängigkeit von der äußeren Spannung für $n = 20$ dargestellt. Für ν wurde der bei Kupfer unter näherungsweiser Berücksichtigung der Anisotropie¹⁸ gewonnene Wert verwendet.

Die Berechnung von Q_j erfolgt analog zu der von P_1 . Man setzt

$$Q_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{(\bar{x}_j - \bar{x}_i)^2} = x^2 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{(\bar{x}_j - \bar{x}_i)^2} = x^2 \bar{Q}_j \quad (1.50)$$

und teilt die Summe in zwei Teile auf,

$$\bar{Q}_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^4 \frac{1}{(\bar{x}_j - \bar{x}_i)^2} + \sum_{i=5}^n \frac{1}{(\bar{x}_j - \bar{x}_i)^2} = \bar{Q}_{jI} + \bar{Q}_{jII}. \quad (1.51)$$

\bar{Q}_{jI} wird direkt berechnet, \bar{Q}_{jII} mit Hilfe der LEIBFRIEDSchen Dichtefunktion,

$$\bar{Q}_{jII} = \int_{\frac{1}{2}(\bar{x}_4 + \bar{x}_5)}^{4n} \frac{D(\bar{x})}{(\bar{x}_j - \bar{x})^2} d\bar{x} = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{1}{2}(\bar{x}_4 + \bar{x}_5)}^{4n} \frac{1}{(\bar{x}_j - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{4n-\bar{x}}{\bar{x}}} d\bar{x}. \quad (1.52)$$

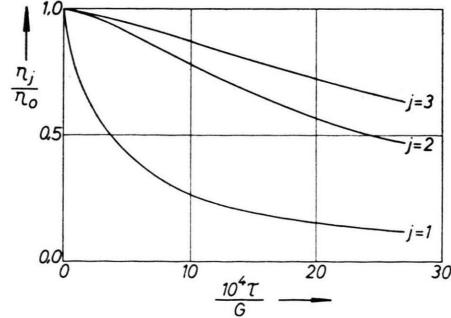


Abb. 4. Die Aufspaltung der Versetzungen 1, 2 und 3 in einer Versetzungsgruppe als Funktion der äußeren Spannung.

2. Die Schubspannung in der Quergleitebene

Die Schubspannung, die von den Versetzungen 2 bis n der Versetzungsgruppe in der Quergleitebene hervorgerufen wird, bestimmt man, indem man die

¹⁸ A. SEEGER u. G. SCHÖCK, Acta Met. 1, 519 [1953].

Spannungskomponenten dieser Versetzungen im xyz -System (xz -Ebene = primäre Gleitebene) berechnet und in das $x'y'z'$ -System mit der $x'z'$ -Ebene als Quergleitebene ($z = z'$, Abb. 5) transformiert.

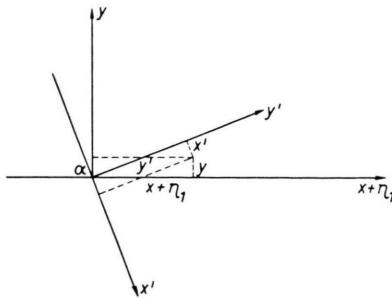


Abb. 5. Koordinatentransformation. xz -Ebene = primäre Gleitebene, $x'z'$ -Ebene = Quergleitebene. Die z -Achse steht senkrecht auf der Bildeckebene ($z = z'$).

Die Spannungskomponenten σ_{zx} und σ_{yz} lauten $\sigma_{yz} = \frac{B}{2} \sum_{i=2}^n \frac{x - x_i - \lambda_i + \eta_i}{(x - x_i - \lambda_i + \eta_i)^2 + y^2} + \frac{x - x_i - \lambda_i - \eta_i}{(x - x_i - \lambda_i - \eta_i)^2 + y^2}$, für eine vollständige Schraubenversetzung an der Stelle¹⁹ x_i

$$\sigma_{zxi} = -B \frac{y}{(x - x_i)^2 + y^2} \text{ und } \sigma_{yzi} = B \frac{x - x_i}{(x - x_i)^2 + y^2}. \quad (2.1)$$

Die Versetzungen sind um λ_i verschoben und aufgespalten, folglich ist

$$\sigma_{zxi} = -\frac{B}{2} y \left(\frac{1}{(x - x_i - \lambda_i + \eta_i)^2 + y^2} + \frac{1}{(x - x_i - \lambda_i - \eta_i)^2 + y^2} \right) \quad (2.2)$$

und

$$\sigma_{yzi} = \frac{B}{2} \left(\frac{x - x_i - \lambda_i + \eta_i}{(x - x_i - \lambda_i + \eta_i)^2 + y^2} + \frac{x - x_i - \lambda_i - \eta_i}{(x - x_i - \lambda_i - \eta_i)^2 + y^2} \right). \quad (2.3)$$

Die Spannungskomponenten²⁰ einer vollständigen Stufenversetzung an der Stelle $x = 0$ sind

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -B_1 y \frac{3x^2 + y^2}{(x^2 + y^2)^2}, & \sigma_{xy} &= B_1 x \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}, \\ \sigma_{yy} &= B_1 y \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}, & B_1 &= \frac{b G}{2 \pi} \frac{1}{1 - r}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Damit wird die Schubspannungskomponente σ_{xxi} der aufgespaltenen Versetzung an der Stelle x_i

$$\begin{aligned} \sigma_{xxi} &= -B_x y \left(\frac{3(x - x_i - \lambda_i + \eta_i)^2 + y^2}{[(x - x_i - \lambda_i + \eta_i)^2 + y^2]^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{3(x - x_i - \lambda_i - \eta_i)^2 + y^2}{[(x - x_i - \lambda_i - \eta_i)^2 + y^2]^2} \right). \end{aligned} \quad (2.5)$$

¹⁹ A. SEEGER, Theorie der Gitterfehlstellen, Handbuch der Physik VII/1, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955.

²⁰ σ_{zz} wird nicht gebraucht.

Gl. (2.5) wird nach η_i entwickelt; man erhält

$$\sigma_{xxi} = 4 B_x y \frac{(x - x_i - \lambda_i) [3(x - x_i - \lambda_i)^2 - y^2]}{[(x - x_i - \lambda_i)^2 + y^2]^3} \eta_i. \quad (2.6)$$

In gleicher Weise ergeben sich

$$\sigma_{yyi} = -4 B_x y \frac{(x - x_i - \lambda_i) [(x - x_i - \lambda_i)^2 - 3y^2]}{[(x - x_i - \lambda_i)^2 + y^2]^3} \eta_i \quad (2.7)$$

und

$$\sigma_{xyi} = -2 B_x \frac{(x - x_i - \lambda_i)^4 + y^4 - 6(x - x_i - \lambda_i)^2 y^2}{[(x - x_i - \lambda_i)^2 + y^2]^3} \eta_i. \quad (2.8)$$

Durch Summation über i erhält man die Gesamtkomponenten im ungestrichenen System,

$$\begin{aligned} \sigma_{zx} &= -\frac{B}{2} y \sum_{i=2}^n \left(\frac{1}{(x - x_i - \lambda_i + \eta_i)^2 + y^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(x - x_i - \lambda_i - \eta_i)^2 + y^2} \right), \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\sigma_{xx} = 4 B_x y \sum_{i=2}^n \frac{(x - x_i - \lambda_i) [3(x - x_i - \lambda_i)^2 - y^2]}{[(x - x_i - \lambda_i)^2 + y^2]^3} \eta_i, \quad (2.11)$$

$$\sigma_{yy} = -4 B_x y \sum_{i=2}^n \frac{(x - x_i - \lambda_i) [(x - x_i - \lambda_i)^2 - 3y^2]}{[(x - x_i - \lambda_i)^2 + y^2]^3} \eta_i, \quad (2.12)$$

$$\sigma_{xy} = -2 B_x \sum_{i=2}^n \frac{(x - x_i - \lambda_i)^4 + y^4 - 6(x - x_i - \lambda_i)^2 y^2}{[(x - x_i - \lambda_i)^2 + y^2]^3} \eta_i. \quad (2.13)$$

Die Koordinatentransformation ist durch

$$\begin{aligned} y &= \cos \alpha y' - \sin \alpha x' = \frac{1}{3} y' - \frac{2\sqrt{2}}{3} x', \\ \eta_1 + x &= \sin \alpha y' + \cos \alpha x' = \frac{2\sqrt{2}}{3} y' + \frac{1}{3} x' \end{aligned} \quad (2.14)$$

gegeben und die Transformation der Spannungskomponenten, von denen uns nur σ'_{yz} und σ'_{xy} interessieren, durch²¹

$$\sigma'_{yz} = \sin \alpha \sigma_{zx} + \cos \alpha \sigma_{yz}, \quad (2.15)$$

$$\sigma'_{xy} = \sin \alpha \cos \alpha (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) - (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \sigma_{xy}$$

$$\text{oder } \sigma'_{yz} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \sigma_{zx} + \frac{1}{3} \sigma_{yz} \quad (2.16)$$

$$\sigma'_{xy} = \frac{2\sqrt{2}}{9} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) - \frac{7}{9} \sigma_{xy}.$$

²¹ G. Joos, Lehrbuch der Theoretischen Physik, 8. Auflage, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.G., Leipzig 1954, S. 29.

3. Die Aktivierungsenergie für die Querleitungen

Die Aktivierungsenergie U (siehe Einleitung) setzt sich zusammen aus der Änderung der Selbstenergie ΔE^{AA} der Halbversetzung A (Abb. 2), der Änderung der Wechselwirkungsenergie ΔE^{AB} der Halbversetzungen A und B, der freiwerdenden Stapelfehlerenergie ΔE_{St} und der von der äußeren Spannung geleisteten Arbeit W ,

$$U = \Delta E^{AA} + \Delta E^{AB} - \Delta E_{St} - W. \quad (3.1)$$

KRÖNER, SEEGER und WOLF⁸ haben die Selbstenergie E^{AA} und die Wechselwirkungsenergie E^{AB} der Versetzungen A und B für die aufgespaltene und für die partiell rekombinierte Konfiguration nach KRÖNER⁹ berechnet. Wir übernehmen, indem wir die Differenzen bilden, ΔE^{AA} und ΔE^{AB} von dort.

ΔE_{St} ist gleich dem Produkt aus spezifischer Stapelfehlerenergie γ und der Flächenverminderung ΔF des Stapelfehlerbandes durch die Rekombination,

$$\Delta E_{St} = \gamma \cdot \Delta F. \quad (3.2)$$

Die äußere Spannung leistet bei der Rekombination Arbeit. Diese ist gegeben durch

$$W = \int_{\Delta F} K_F dx dz. \quad (3.3)$$

Die Kraft K_F ist unabhängig von z . Die numerische Rechnung zeigt, daß sie sich auch im Variationsbereich von x nur wenig ändert, so daß man

$$W = K_F \Delta F \quad (3.4)$$

setzen kann, wobei

$$\begin{aligned} \Delta F &= 4 \eta' \left(l + \xi \ln \frac{L}{\xi} \right) \\ &= 4 \eta \left(1 - \frac{\delta}{\eta} \right) \left(l + \xi \ln \frac{L}{\xi} \right), \quad \eta' = \eta - \delta \end{aligned} \quad (3.5)$$

ist, wenn A₂ in Abb. 2 durch eine Hyperbel mit der Gleichung

$$x = 2 \eta' - \frac{2 \eta' \xi}{z - l + \xi} \quad (3.6)$$

beschrieben wird. Aus den Gln. (1.5) und (1.14) folgt

$$K_F + \gamma = \frac{b B}{8} \left(1 - \frac{\mu}{3} \right) \frac{1}{\eta} \quad (3.7)$$

und damit wird

$$\Delta E_{St} + W = \frac{b B}{2} \left(1 - \frac{\mu}{3} \right) \left(1 - \frac{\delta}{\eta} \right) \left(l + \xi \ln \frac{L}{\xi} \right). \quad (3.8)$$

Das Gesamtergebnis wird zusammengeschrieben, indem die einzelnen Größen aus⁸ übernommen und entsprechende Ausdrücke geeignet zusammengefaßt werden. Nach KRÖNER kann man die Selbstenergie als folgende Summe schreiben

$$\begin{aligned} \Delta E^{AA} &= b_x^{A^2} \Delta M_{xx}^{AA} + b_z^{A^2} \Delta M_{zz}^{AA}, \quad b_x^A = -\frac{b}{2 \sqrt{3}}, \\ b_z^A &= \frac{b}{2}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Die Selbstinduktivitäten M_{ii}^{AA} werden als doppelte Linienintegrale berechnet, wobei zweimal über die Versetzungsleitung A integriert wird.

$$\Delta M_{ii}^{AA} = (2 M_{ii}^{A_2 A_2} + M_{ii}^{A_3 A_3} - M_{ii}^{A \bar{A}}) + (M_{ii}^{A_1 A_2} + 2 M_{ii}^{A_1 A_3}), \quad i = x, z, \quad (3.10)$$

$$2 M_{ii}^{A_2 A_2} + M_{ii}^{A_3 A_3} - M_{ii}^{A \bar{A}} = \frac{G}{8 \pi} \left(\sum_{k=0,2}^{\infty} (D_{ii}^k - E_{ii}^{k+2}) I_{x'x}^k + E_{ii}^0 I \right) \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} I_{x'x}^k &= 2 \eta' \left\{ \alpha^{k+1} \left(\frac{1}{2k+3} \ln \frac{(2\eta')^2 + \xi^2}{\varepsilon^2} - \frac{1}{2k+3} \left(\frac{2}{2k+3} + \sum_{p=1}^{2k+2} \frac{1}{p} + 2 \sum_{r=1}^{k+1} \frac{1}{r} \right) + \sum_{r=1}^{k+1} \frac{1}{r(2k+3-r)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{2k+3} \sum_{j=2,4}^k \frac{(-1)^{(k-j)/2}}{2j-1} \alpha^{j-1} + \frac{(-1)^{k/2}}{2k+3} \frac{1}{\sqrt{2}\alpha} \left(\ln \frac{1-\sqrt{2}\alpha+\alpha}{1+\sqrt{2}\alpha+\alpha} + \Phi \right) \right\}; \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\Phi = 2 \arctg \frac{\sqrt{2}\alpha}{1-\alpha}, \quad \alpha < 1,$$

$$\Phi = 2 \left(\pi - \arctg \frac{\sqrt{2}\alpha}{\alpha-1} \right), \quad \alpha > 1, \quad \alpha = \frac{2\eta'}{\xi}; \quad (3.13)$$

$$\Phi = \pi, \quad \alpha = 1,$$

$$I = - \left(2 L \ln 2 + 2 l \left(\ln \frac{L}{2l} + 1 \right) \right) - \xi \ln (\alpha^2 + 1) + \frac{2\eta'}{\sqrt{2}\alpha} \left(\ln \frac{1-\sqrt{2}\alpha+\alpha}{1+\sqrt{2}\alpha+\alpha} + \Phi \right), \quad (3.14)$$

$$M_{ii}^{A_1 A_2} + 2 M_{ii}^{A_1 A_3} = \frac{G}{8 \pi} \sum_{k=0,2}^{\infty} \left\{ \left(- \left(\frac{2 \eta'}{\lambda \xi} \right)^2 D_{ii}^k + E_{ii}^k \right) J_{g'_1, g_1}^k + E_{ii}^k (2 J_{g'_1, g_1}^k + J_{g'_2, g_2}^k + 2 J_{A_2 A_1}^k) \right\}, \quad (3.15)$$

$$J_{g'_1, g_1}^0 = 2(l + \lambda \xi) \ln \frac{2(l + \lambda \xi)}{2l + \lambda \xi} + 2l \ln \frac{2l}{2l + \lambda \xi}, \quad (3.16)$$

$$J_{g'_1, g_1}^2 = \left(\frac{2 \eta'}{\lambda \xi} \right)^2 \left(J_{g'_1, g_1}^0 - \frac{(\lambda \xi)^2}{2l + \lambda \xi} \right), \quad (3.17)$$

$$2J_{g'_2, g_2}^0 + J_{g'_2, g_2}^2 + 2J_{A_2 A_1}^0 = \left(2L \ln 2 + 2l \left(\ln \frac{L}{2l} + 1 \right) \right) + 2 \left(l \ln \frac{l + \lambda \xi}{l} - (2l + \lambda \xi) \ln \frac{2(l + \lambda \xi)}{2l + \lambda \xi} \right), \quad (3.18)$$

$$2J_{g'_2, g_2}^2 + J_{g'_2, g_2}^0 + 2J_{A_2 A_1}^2 \quad (3.19)$$

$$= \left(\frac{2 \eta'}{\lambda \xi} \right)^2 \left(\frac{(\lambda \xi)^2}{2l + \lambda \xi} + 2(\lambda \xi - J_{g'_1, g_1}^0) \right), \quad \lambda \approx 2,$$

$$\varepsilon = 0.3 b (\mu \sin^2 \beta + \cos^2 \beta). \quad (3.20)$$

β ist der Winkel zwischen Versetzungslinie und BURGERS-Vektor.

$$D_{xx}^k = a_k + 2a_{k-2}, \quad E_{xx}^k = 2\mu a_k + (2\mu + 1)a_{k-2},$$

$$D_{zz}^k = (2\mu + 1)a_k + 2\mu a_{k-2}, \quad E_{zz}^k = 2a_k + a_{k-2},$$

$$a_0 = \frac{2}{2} \frac{3}{2}, \quad a_2 = -\frac{1}{2} \frac{6}{2}, \quad a_4 = \frac{1}{2} \frac{0}{2}. \quad (3.21)$$

Die Wechselwirkungsenergie erhält man ähnlich wie die Selbstenergie als Summe

$$\Delta E^{AB} = b_x^A b_x^B \Delta M_{xx}^{AB} + b_z^A b_z^B \Delta M_{zz}^{AB}, \quad (3.22)$$

$$b_x^B = \frac{b}{2\sqrt{3}}, \quad b_z^B = \frac{b}{2},$$

wobei die Gegeninduktivitäten M_{ii}^{AB} wieder als doppelte Linienintegrale berechnet werden. Integriert wird einmal über die Versetzungslinie A und einmal über B.

$$\Delta M_{ii}^{AB} = 2M_{ii}^{A_1 B} + M_{ii}^{A_2 B} - M_{ii}^{AB}, \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{zz}^{AB} = \frac{G}{\pi} \left(l \ln \frac{\eta}{\delta} + \xi \left(\left(1 - \frac{\delta}{\eta} \right) \left(\ln \frac{L}{\xi} + 1 \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\delta}{\eta} \ln \frac{\delta}{\eta} \right) \right), \\ \Delta M_{xx}^{AB} = \mu \Delta M_{zz}^{AB}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Das ergibt, wenn wir ΔE^{AB} und $\Delta E_{St} + W$ zusammenfassen,

$$\Delta E^{AB} - \Delta E_{St} - W = \frac{G b^2}{4 \pi} \left(1 - \frac{\mu}{3} \right) \quad (3.25)$$

$$\cdot \left(l \left[\ln \frac{\eta}{\delta} - 1 + \frac{\delta}{\eta} \right] + \xi \left[1 - \frac{\delta}{\eta} \left(1 + \ln \frac{\eta}{\delta} \right) \right] \right).$$

Gl. (3.25) enthält die Länge L der Versetzung nicht mehr. In der Selbstenergie ΔE^{AA} tritt sie jedoch auf. Es ist leicht einzusehen, daß sich die Ausdrücke mit L bei der Summation gegenseitig wegheben. Damit wird, wie zu erwarten war, die Aktivierungsenergie für die Quergleitung unabhängig von L .

Die obigen Formeln wurden im Rahmen der linearen Elastizitätstheorie gewonnen. Das hatte zur Folge, daß, um zu vermeiden, daß bei der Rekombination der beiden Halbversetzungen die Energie unendlich groß wird, ein kleinerster Abstand 2δ eingeführt werden mußte (Abb. 2), der noch unbestimmt ist. Man gewinnt diese Größe, indem man fordert, daß die Energie der Dissoziation einer geradlinigen vollständigen Versetzung in zwei parallele geradlinige Halbversetzungen im linearen Modell gleich der Dissoziationsenergie E_{dis} ist, die von SEEGER und SCHÖCK¹⁸ im PEIERLSSCHEN Modell berechnet wurde,

$$E_{dis} = \frac{G b^2}{8 \pi} \left(1 - \frac{\mu}{3} \right) \ln \frac{\eta_0}{\delta} - 2(\eta_0 - \delta) \gamma. \quad (3.26)$$

Für die Versetzungslinien A_1 und A_2 der gekrümmten Versetzung A wurden Hyperbelstücke gewählt mit dem freien Parameter ξ , der die Kurvenform bestimmt. Das gestattet, die Kurvengleichung dem wirklichen Versetzungsverlauf anzupassen, indem durch Variation von ξ das Minimum der Konfigurationsenergie von Abb. 2 bestimmt wird.

4. Die Bestimmung der kritischen Länge $2l_0$

Wir betrachten die Energie der gesamten Anordnung von Abb. 1^{6,7}. Bei der Quergleitung muß in der Ebene I Energie aufgewendet werden (E_I), in der Ebene II wird Energie frei (E_{II}). Ohne äußere Spannung ist die aufzuwendende Energie immer größer als die freiwerdende. Das heißt, ohne äußere Spannung ist diese Versetzungskonfiguration immer instabil. Die Anordnung ist dann stabil, wenn bei äußerer Spannung mit wachsendem l die Zunahme von E_{II} größer ist als die Zunahme von E_I . Die kritische Länge $2l_0$ erhält man also, wenn man den Maximalwert der Energiedifferenz

$$\Delta E = E_I - E_{II} \quad (4.1)$$

als Funktion von l sucht. $E_I = U$ ist bekannt, E_{II} wird im folgenden berechnet.

In Abb. 6 a ist die Quergleitebene in die Bildebene gelegt. Die beiden Halbversetzungsstücke C und D haben Parabelform. Wir begnügen uns hier mit einer größeren Näherung und vernachlässigen die Änderung der Wechselwirkungsenergie von C und D mit den Versetzungsteilen in der primären Gleitebene. E_{II} setzt sich aus vier Anteilen zusammen, aus der Änderung der Selbstenergie (ΔE^{CC} + ΔE^{DD}), der Änderung der Wechselwirkungsenergie (ΔE^{CD}), der

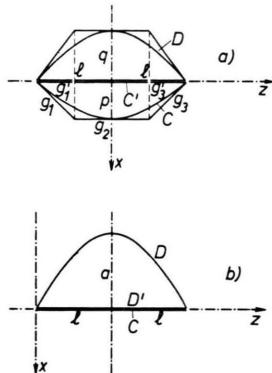


Abb. 6. Aufspaltung der Versetzung in der Quergleitebene.

Arbeit, die das Spannungsfeld leistet (W_{II}), und der aufzuwendenden Stapelfehlerenergie (E_{StII}) bei der Aufspaltung in der Quergleitebene,

$$E_{II} = \Delta E^{CD} + W_{II} - (\Delta E^{CC} + \Delta E^{DD}) - E_{StII}. \quad (4.2)$$

Die Selbst- und Wechselwirkungsenergien werden nach der KRÖNERSchen Theorie⁹ berechnet. Es wird hierbei auf die später⁸ ausführlich behandelte Berechnung der Energie gekrümmter Versetzungen vorgegriffen.

Zur Berechnung der Selbstenergie E^{CC} wird die Parabel C mit der Gleichung

$$x = p - \frac{p}{l^2} z^2 \quad (4.3)$$

durch ihre Tangenten

$$g_1: \quad x = 2p \left(1 + \frac{z}{l} \right), \quad -l \leq z \leq -\frac{l}{2}, \quad (4.4)$$

$$M_{xx}^{g_1 g_1} = \frac{G}{16\pi} \iint_{g_1 g_1 \text{ in } g_1 g_1} \left(2 \frac{(x-x')^2}{r^3} dx' dz + (2\mu+1) \frac{(x-x')^2}{r^3} dz' dz + \frac{(z-z')^2}{r^3} dx' dz + 2\mu \frac{(z-z')^2}{r^3} dz' dz \right), \quad (4.10)$$

$$M_{zz}^{g_1 g_1} = \frac{G}{16\pi} \iint_{g_1 g_1 \text{ in } g_1 g_1} \left(2\mu \frac{(x-x')^2}{r^3} dx' dz + \frac{(x-x')^2}{r^3} dz' dz + (2\mu+1) \frac{(z-z')^2}{r^3} dx' dz + 2 \frac{(z-z')^2}{r^3} dz' dz \right).$$

x, x', z, z' sind die Koordinaten der Geraden g_1 , r ist der Abstand zweier Punkte auf g_1 . g_1 bedeutet, daß, um zu vermeiden, daß das Integral divergiert, bei der ersten Integration über g_1 das Stück

$$g_2: \quad x = p, \quad -\frac{l}{2} \leq z \leq \frac{l}{2}, \quad (4.5)$$

$$g_3: \quad x = 2p \left(1 - \frac{z}{l} \right), \quad \frac{l}{2} \leq z \leq l \quad (4.6)$$

ersetzt. In dem Ausdruck für die Energie, der, da der BURGERS-Vektor von C in der Versetzungsebene liegt ($b_y = 0$), folgende einfache Form annimmt

$$\Delta E^{CC} = b_x^{g_2} \Delta M_{xx}^{CC} + b_z^{g_2} \Delta M_{zz}^{CC} + b_x^{g_3} b_z^{g_3} (\Delta M_{xz}^{CC} + \Delta M_{zx}^{CC}), \quad (4.7)$$

wird näherungsweise

$$\begin{aligned} \Delta M_{iq}^{CC} &= M_{iq}^{CC} - M_{iq}^{g_1 g_1} = \Delta M_{iq}^{g_1 g_1} + \Delta M_{iq}^{g_3 g_3} \quad (4.8) \\ &= M_{iq}^{g_1 g_1} - M_{iq}^{g_1' g_1'} + M_{iq}^{g_3 g_3} - M_{iq}^{g_3' g_3'} \end{aligned}$$

gesetzt. Ein an anderer Stelle durchgeföhrter numerischer Vergleich zwischen genauer und in dieser Weise vereinfachter Rechnung zeigt, daß die Abweichung sehr gering ist²², was uns zu diesem Schritt berechtigt.

Es ist sinnvoll, die einzelnen Größen nicht getrennt zu berechnen, sondern sie zu $M_{iq}^{g_1 g_1} + M_{iq}^{g_3 g_3}$ und $M_{iq}^{g_1' g_1'} + M_{iq}^{g_3' g_3'}$ zusammenzufassen. Bei einer Spiegelung an der x-Achse geht g_1 in g_3 und g_1' in g_3' über. Da die Energie ΔE^{CC} invariant gegen diese Transformation ist, die z-Komponente des BURGERS-Vektors jedoch ihr Vorzeichen wechselt, müssen auch die M_{xz} und M_{zx} ihr Vorzeichen umkehren, nicht dagegen die M_{xx} und M_{zz} . Das führt auf folgende Beziehungen

$$\begin{aligned} M_{xx}^{g_1 g_1} &= M_{xx}^{g_3 g_3}, \quad M_{xx}^{g_1 g_1} + M_{xx}^{g_3 g_3} = 2 M_{xx}^{g_1 g_1}, \\ M_{zz}^{g_1 g_1} &= M_{zz}^{g_3 g_3}, \quad M_{zz}^{g_1 g_1} + M_{zz}^{g_3 g_3} = 2 M_{zz}^{g_1 g_1}, \\ M_{xz}^{g_1 g_1} &= -M_{xz}^{g_3 g_3}, \quad M_{xz}^{g_1 g_1} + M_{xz}^{g_3 g_3} = M_{xz}^{g_1 g_1} + M_{xz}^{g_3 g_3} = 0. \\ M_{zx}^{g_1 g_1} &= -M_{zx}^{g_3 g_3}, \quad (4.9) \end{aligned}$$

Dasselbe gilt für g_1' und g_3' .

Wir entnehmen der Arbeit von KRÖNER, SEEGER und WOLF⁸

$r \leq \varepsilon$ von der Integration auszunehmen ist. Mit der Gleichung von g_1 (4.4) wird

²² unveröffentlicht.

$$M_{xx}^{g_1 g_1} = \frac{G}{8\pi} \left(\left(\frac{2p}{l} \right)^4 + (\mu + 1) \left(\frac{2p}{l} \right)^2 + \mu \right) \frac{1}{V(2p/l)^2 + 1} \int_{g_1} \int_{g_1' \in \epsilon} \frac{dz' dz}{|z - z'|}, \quad (4.11)$$

$$M_{zz}^{g_1 g_1} = \frac{G}{8\pi} \left(\mu \left(\frac{2p}{l} \right)^4 + (\mu + 1) \left(\frac{2p}{l} \right)^2 + 1 \right) \frac{1}{V(2p/l)^2 + 1} \int_{g_1} \int_{g_1' \in \epsilon} \frac{dz' dz}{|z - z'|}.$$

Das Integral ergibt

$$\int_{g_1} \int_{g_1' \in \epsilon} \frac{dz' dz}{|z - z'|} = l \left(\ln \frac{l}{2\varepsilon_z} - 1 \right) = l \left(\ln \frac{l \sqrt{(2p/l)^2 + 1}}{2\varepsilon} - 1 \right). \quad (4.12)$$

Damit wird

$$\Delta M_{xx}^{g_1 g_1} = \frac{G}{8\pi} l \left[\frac{1}{V(2p/l)^2 + 1} \left(\left(\frac{2p}{l} \right)^4 + (\mu + 1) \left(\frac{2p}{l} \right)^2 + \mu \right) \left(\ln \frac{l \sqrt{(2p/l)^2 + 1}}{2\varepsilon} - 1 \right) - \mu \left(\ln \frac{l}{2\varepsilon} - 1 \right) \right], \quad (4.13)$$

$$\Delta M_{zz}^{g_1 g_1} = \frac{G}{8\pi} l \left[\frac{1}{V(2p/l)^2 + 1} \left(\mu \left(\frac{2p}{l} \right)^4 + (\mu + 1) \left(\frac{2p}{l} \right)^2 + 1 \right) \left(\ln \frac{l \sqrt{(2p/l)^2 + 1}}{2\varepsilon} - 1 \right) - \left(\ln \frac{l}{2\varepsilon} - 1 \right) \right],$$

und mit $b_x^C = -b/2\sqrt{3}$, $b_z^C = b/2$ ist

$$\Delta E^{CC} = \frac{b^2}{2} \left(\Delta M_{zz}^{g_1 g_1} + \frac{1}{3} \Delta M_{xx}^{g_1 g_1} \right). \quad (4.14)$$

Wenn man in den Gln. (4.13) p durch q ersetzt, erhält man die Änderung ΔE^{DD} der Selbstenergie der Versetzung D.

Die Änderung ΔE^{CD} der Wechselwirkungsenergie von C und D wird näherungsweise berechnet, indem C als Gerade und D als Parabel angenommen wird (Abb. 6 b). Es ist

$$E^{CD} = b_x^C b_x^D M_{xx}^{CD} + b_z^C b_z^D M_{zz}^{CD} + b_x^C b_z^D M_{xz}^{CD} + b_z^C b_x^D M_{zx}^{CD}. \quad (4.15)$$

Bei einer Spiegelung an der Parabelachse gehen C und D in sich über, d. h. die M_{iq} bleiben dieselben. Da hierbei die Wechselwirkungsenergie nicht geändert wird, die z-Komponenten der BURGERS-Vektoren aber ihre Vorzeichen wechseln, muß

$$M_{xz}^{CD} = M_{zx}^{CD} = 0 \quad (4.16)$$

sein.

In den Formeln für die Gegeninduktivitäten zweier Versetzungen kann man eine Integration elementar ausführen, wenn beide Versetzungen in einer Ebene liegen und eine davon geradlinig ist. Läßt man die gerade Versetzung, wie in unserem Beispiel C, mit der z-Achse zusammenfallen, so findet man folgende Ausdrücke^{8, 9}

$$M_{xx}^{CD} = -\frac{G}{2\pi} \mu \int_D \left(\ln \frac{|x|}{2l} + \frac{1}{2} \right) dz, \quad (4.17)$$

$$M_{zz}^{CD} = -\frac{G}{2\pi} \int_D \left(\ln \frac{|x|}{2l} + 1 \right) dz.$$

Geht man mit der Gleichung der Parabel

$$x = \frac{az}{l^2} (z - 2l), \quad a = p + q, \quad (4.18)$$

in den Integranden ein, so ergibt sich

$$M_{xx}^{CD} = \frac{G}{\pi} \mu l \left(\ln \frac{l}{2a} + \frac{3}{2} \right), \quad (4.19)$$

$$M_{zz}^{CD} = \frac{G}{\pi} l \left(\ln \frac{l}{2a} + 1 \right).$$

Diese Ausdrücke werden von den Gegeninduktivitäten⁸

$$M_{xx}^{CD'} = \frac{G}{\pi} \mu l \left(\ln \frac{l}{\delta} - \frac{1}{2} \right), \quad (4.20)$$

$$M_{zz}^{CD'} = \frac{G}{\pi} l \left(\ln \frac{l}{\delta} - 1 \right)$$

subtrahiert. Damit wird

$$\Delta M_{xx}^{CD} = \frac{G}{\pi} \mu l \left(\ln \frac{2a}{\delta} - 2 \right), \quad (4.21)$$

$$\Delta M_{zz}^{CD} = \frac{G}{\pi} l \left(\ln \frac{2a}{\delta} - 2 \right),$$

und mit $b_x^D = b/2\sqrt{3}$, $b_z^D = b/2$ ist

$$\Delta E^{CD} = \frac{G b^2}{4\pi} \left(1 - \frac{\mu}{3} \right) l \left(\ln \frac{2a}{\delta} - 2 \right) \quad (4.22)$$

Die Schubspannung in der Quergleitebene (§ 2) übt auf die Versetzungsteile C und D Kräfte aus und leistet damit bei der Aufspaltung in der Quergleitebene Arbeit. Da sie sich in dem uns interessierenden Bereich nur wenig ändert, können wir sie für die Energieberechnung als konstant ansehen. Sind K_C und K_D die Kräfte, die auf C und D wirken, F_C und F_D die Flächen, die von C und D bei der Aufspaltung überstrichen werden, so ist

$$W_C = K_C F_C, \quad F_C = \frac{4}{3} l p, \quad (4.23)$$

$$W_D = K_D F_D, \quad F_D = \frac{4}{3} l q,$$

$$\text{und } W_{II} = W_D - W_C = \frac{4}{3}l(qK_D - pK_C), \quad (4.24)$$

wobei K_C und K_D durch

$$\begin{aligned} K_C &= -\frac{b}{2}\sigma'_{yz} + \frac{b}{2\sqrt{3}}\sigma'_{xy}, \\ K_D &= -\frac{b}{2}\sigma'_{yz} - \frac{b}{2\sqrt{3}}\sigma'_{xy} \end{aligned} \quad (4.25)$$

gegeben sind.

Mit der Stapelfehlerenergie

$$E_{StII} = \gamma(F_C + F_D) = \frac{4}{3}al\gamma \quad (4.26)$$

ist die gesamte Energie E_{II} gegeben. Die Parameter p und q bestimmt man, indem man sie bei gegebener äußerer Spannung und festem l variiert und den Maximalwert von E_{II} sucht. Durch Variation von l wird das Maximum von $E_I - E_{II}$ und damit die kritische Länge $2l_0$ bestimmt.

5. Ergebnisse und Diskussion

Die umfangreiche numerische Rechnung wurde für die spezifischen Stapelfehlerenergien $\gamma/Gb = 1,84; 3,69; 5,53; 7,37 \cdot 10^{-3}$ für $n = 20$ und 40 durchgeführt. Abb. 7 zeigt die Abhängigkeit der kritischen Länge $2l_0$ von der äußeren Spannung τ . Die kritische Länge nimmt linear mit dem Logarithmus der

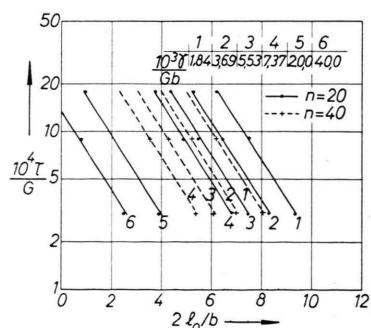


Abb. 7. Die kritische Länge als Funktion der äußeren Spannung.

äußeren Spannung ab. Die Geraden in Abb. 7 sind für verschiedene Stapelfehlerenergien und für verschiedene Werte von n nahezu parallel.

Die Abhängigkeit der Aktivierungsenergie von der äußeren Spannung ist in Abb. 8 dargestellt. Für große Spannungen, d. h. kleine Aufspaltungen, gilt die lineare KRÖNERSche Theorie nicht mehr. Vor allen Dingen liefert sie einen zu großen Wert für die Spannung, die nötig ist, um die Aufspaltung aufzuheben, d. h., bei der die Aktivierungsenergie Null

wird. Die in Abb. 8 eingezeichneten Spannungswerte für $U = 0$ wurden mit der von SEEGER²³ aus der Abhängigkeit der Versetzungsenergie von der Aufspaltung im PEIERLSSchen Modell¹⁸ abgeleiteten Beziehung

$$U_{III}(0) = \frac{2G}{n} \left(0.056 - \frac{\gamma}{Gb} \right) \quad (5.1)$$

berechnet.

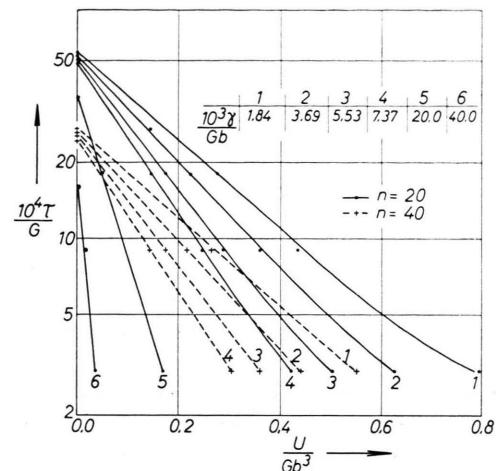


Abb. 8. Die Aktivierungsenergie für die Quergleitung als Funktion der äußeren Spannung.

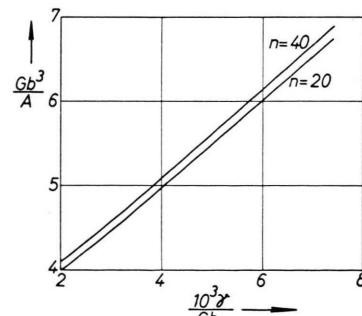


Abb. 9. Abhängigkeit des Proportionalitätsfaktors A von der Stapelfehlerenergie γ in reziproker Darstellung für kleine Werte von γ .

Die Kurven in Abb. 8 zeigen eine nahezu logarithmische Abhängigkeit der Aktivierungsenergie von der äußeren Spannung, die durch die Beziehung

$$U = -A \ln \frac{\tau}{U_{III}(0)} \quad (5.2)$$

ausgedrückt werden kann. Wie Abb. 9 zeigt, ist $1/A$ eine lineare Funktion der spezifischen Stapelfehler-

²³ A. SEEGER, Dislocations and Mechanical Properties of Crystals, J. Wiley & Sons, New York 1957, S. 243.

energie γ . Man sieht, daß A , wie zu erwarten war, nur wenig von n abhängt, daß also die $U(\ln \tau)$ -Grafen in Abb. 8 für festes γ und verschiedenen n nahezu parallel sind. Dieser einfache Zusammenhang gestattet, wenn zwischen den beiden n -Werten linear interpoliert wird, das Gesamtergebnis in folgender geschlossenen Form darzustellen

$$U = - \frac{0,352 G b^3}{\left(1 + \frac{n}{900}\right) \left(1 + \frac{180 \gamma}{G b}\right)} \ln \frac{\tau}{\tau_{III}(0)} \quad (5.3)$$

$$= - \frac{0,352 G b^3}{\left(1 + \frac{n}{900}\right) \left(1 + \frac{2,87 b}{2 \eta_0}\right)} \ln \frac{\tau}{\tau_{III}(0)}.$$

Für große spezifische Stapelfehlerenergien, d. h. kleine Aufspaltungen, gelten die im Rahmen der linearen Elastizitätstheorie gewonnenen Formeln (5.3) nicht. Für diesen Bereich wurde auf die Rechnung von SCHÖCK und SEEGER⁷ und SCHÖCK⁶ zurückgegriffen. Das Ergebnis der auf Versetzungsaufstauungen erweiterten Rechnung ist in Abb. 8 mit aufgetragen. Die Kurven für $\gamma/G b = 20$ und $40 \cdot 10^{-3}$ zeigen ebenfalls eine logarithmische Abhängigkeit der Aktivierungsenergie von der äußeren Spannung. In Abb. 10 ist für den ganzen Stapelfehlerenergiebereich A als Funktion von γ dargestellt. A wird Null für $\gamma/G b = 56 \cdot 10^{-3}$. Die Ergebnisse der bei-

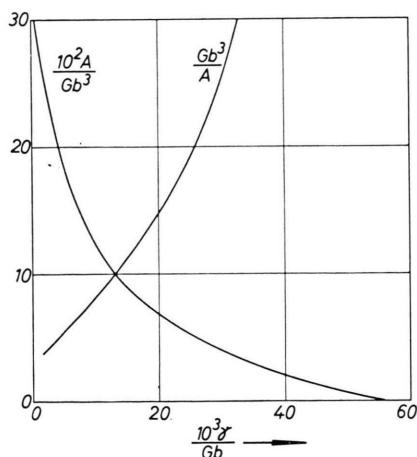


Abb. 10. Abhängigkeit des Proportionalitätsfaktors A von der Stapelfehlerenergie γ für den ganzen interessierenden Stapelfehlerenergiebereich.

²⁴ bei A. SEEGER, Hand. d. Physik VII/1, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955, S. 609, mit G_{st} bezeichnet.

²⁵ Eine untere Grenze für γ kann man aus dem Auftreten bzw. Nichtauftreten von Stapelfehlern bei der Kondensation von Leerstellen in abgeschreckten Metallen erhalten.

den verschiedenen Rechenmethoden schließen sich sehr gut aneinander an, was anzeigt, daß das verwendete Modell keine schlechte Näherung darstellt. Da in dem verwendeten Maßstab die Kurven für verschiedene n fast zusammenfallen, haben wir sie für $n = 20$ gezeichnet. Die Kurven enthalten außerdem die Poissonsche Konstante ν als Parameter. Die Abhängigkeit ist gering. Der Rechnung liegen die bei Kupfer unter näherungsweiser Berücksichtigung der Anisotropie¹⁸ zutreffenden Verhältnisse zugrunde. In der Ordinate hat man als Schubmodul den die elastische Wechselwirkung von Schraubensetzungen in der {111}-Ebene bestimmenden Modul G_2 (bei SEEGER und SCHÖCK¹⁸ mit $1/K_2$ bezeichnet), in der Abszisse den bei der Scherung der {111}-Ebenen wirksamen Modul²⁴ G_3 einzusetzen.

Eine logarithmische Abhängigkeit der Aktivierungsenergie von der Spannung wurde schon bei der einfacheren Rechnung von SCHÖCK und SEEGER⁷ gefunden. HAASEN³ hat gezeigt, daß dieses Ergebnis eine Erklärung der experimentell gefundenen exponentiellen Temperaturabhängigkeit der Spannung^{4, 5} τ_{III} , bei der Bereich III beginnt, gestattet. Der Zusammenhang zwischen der Spannung τ_{III} und der Temperatur T ist durch

$$\ln \frac{\tau_{III}(T)}{\tau_{III}(0)} = \frac{k T}{A} \ln \frac{\dot{a}}{\dot{a}_0} \quad (5.4)$$

gegeben, wo k die BOLTZMANNSCHE Konstante und \dot{a} die Abgleitgeschwindigkeit bedeutet. SEEGER, BERNER und WOLF⁵ haben auf Grund dieser Beziehung mit Hilfe der vorliegenden Rechenergebnisse aus Messungen der Abhängigkeit der Spannung τ_{III} von der Temperatur und der Abgleitgeschwindigkeit die spezifischen Stapelfehlerenergien einiger kubisch-flächenzentrierter Metalle bestimmt²⁵. Die Bedeutung der vorliegenden Arbeit liegt darin, daß sie diese Bestimmung ermöglicht hat.

In der Einleitung wurde darauf hingewiesen, daß das der vorliegenden Rechnung zugrunde gelegte Modell nur als Näherung betrachtet werden darf, daß aber diese Näherung auf Grund der ausführlichen Diskussion von SEEGER, BERNER und WOLF⁵ als gerechtfertigt erscheint. Eine weitere Stütze erhält unser Modell durch Messungen von BERNER²⁶. BERN-

Herr Dr. J. ESHELBY hat freundlicherweise darauf aufmerksam gemacht, daß in den diesbezüglichen Formeln bei SEEGER, BERNER und WOLF⁵ ein Fehler enthalten ist. In den dortigen Gln. (9 a) und (10) sowie in Abb. 7 ist γ durch 2γ zu ersetzen. Die dortigen Angaben über die Stapelfehlerenergien werden dadurch nicht beeinflußt.

²⁶ R. BERNER, Dissertation TH Stuttgart 1960.

NER hat bei verschiedenen Temperaturen die Abhängigkeit der Spannung τ_{III} von der Abgleitgeschwindigkeit bestimmt und bei allen Temperaturen denselben Wert für den Proportionalitätsfaktor A gefunden, der aus diesen Messungen gewonnen wird. Das beweist, daß die ursprünglich⁵ diskutierte Alternativmöglichkeit, daß bei verschiedenen Temperaturen verschiedene Mechanismen mit verschiedenen Aktivierungsenergien die Quergleitung hervorrufen, nicht zutrifft.

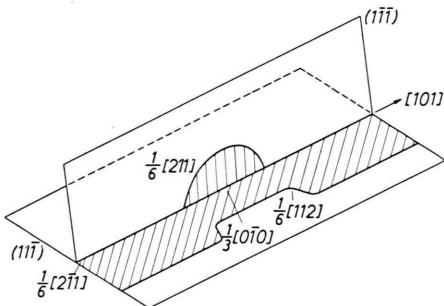


Abb. 11. Quergleitung einer aufgespaltenen Schraubenversetzung nach FLEISCHER.

Es soll noch kurz das von FLEISCHER¹² vorgeschlagene Modell für die Quergleitung diskutiert werden. In Abb. 11 sind die primäre Gleitebene und die Quergleitebene als (111)- und (111)-Ebenen gezeichnet. Die Schraubenversetzung mit dem BURGERS-Vektor $\frac{1}{2}[101]$ ist in die Halbversetzungen $\frac{1}{2}[211]$ und $\frac{1}{2}[112]$ aufgespalten. FLEISCHER nimmt an, daß Quergleitung erfolgt, indem die vordere Versetzung ($\frac{1}{2}[211]$) in zwei Halbversetzungen aufspaltet,

$$\frac{1}{2}[211] \rightarrow \frac{1}{2}[211] + \frac{1}{2}[010], \quad (5.5)$$

von denen die eine ($\frac{1}{2}[211]$) in der Quergleitebene wandert, und die andere ($\frac{1}{2}[010]$), da sie unbeweglich

ist, in der Schnittlinie der primären Gleitebene und der Quergleitebene festgehalten wird, und daß darauf die zweite Halbversetzung in der primären Gleitebene ($\frac{1}{2}[112]$) von der unbeweglichen Versetzung angezogen wird und sich mit ihr vereinigt,

$$\frac{1}{2}[112] + \frac{1}{2}[010] \rightarrow \frac{1}{2}[112]. \quad (5.6)$$

Die erste Reaktion erfordert Energie und kann deshalb nur thermisch aktiviert erfolgen. Die Energie für diesen Prozeß vergleicht FLEISCHER mit der Energie der thermisch aktivierten Reaktion in unserem Modell,

$$\frac{1}{2}[112] + \frac{1}{2}[211] \rightarrow \frac{1}{2}[101], \quad (5.7)$$

indem er die Quadrate der BURGERS-Vektoren der an den Reaktionen beteiligten Versetzungen vergleicht. Er findet, daß die Energie für (5.5) nur $\frac{2}{3}$ der für (5.7) ist. Diese Abschätzung ist sehr unsicher, da die Wechselwirkungsenergien, die Arbeit, die die äußere Spannung leistet [diese ist für (5.7) ungefähr dreimal so groß wie für (5.5)] und die Stapelfehlerenergie nicht berücksichtigt werden. Noch fragwürdiger erscheint uns, daß sich die Konfiguration nach der Reaktion (5.5) nicht in einem Sattelpunkt befindet. Ein echter Sattelpunkt ist erst nach der zusätzlichen Reaktion (5.6) erreicht. Wird nun gefordert, daß beide Reaktionen gleichzeitig erfolgen, dann ist genau die Reaktion (5.7) gegeben. Es scheint somit, daß der FLEISCHERSche Reaktionsweg gegenüber dem hier behandelten nichts wesentlich Neues bringt.

Herrn Professor Dr. U. DEHLINGER danke ich sehr für sein förderndes Interesse an der vorliegenden Arbeit. Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. A. SEEGER für die Anregung zu diesen Untersuchungen und für die Anleitung und fördernde Unterstützung bei der Durchführung dieser Arbeit. Herzlichen Dank sage ich auch Herrn Dr. E. KRÖNER für wertvolle Ratschläge. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für finanzielle Unterstützung.